ALGORITMI E COMPLESSITÀ (LM)

PAOLO BOLDI

GIO	9:30 – 11:30	LM
VEN	10:30 – 12:30	205
	:45	

NOTAZIONE

$\mathbb{N}$ $\mathbb{Z}$ $\mathbb{Q}$ $\mathbb{R}$

$\mathbb{N}^+$ $\mathbb{Z}^+$ $\mathbb{Q}^+$ $\mathbb{R}^+$

MONOIDE LIBERO

$(A, \circledast)$ **magma**

$(x \circledast y) \circledast z = x \circledast (y \circledast z)$ (PROPR. ASSOC.)

semigruppo

$\exists ! e \in A. \quad x \circledast e = e \circledast x = x$

monoide

Σ alfabeto = insieme finito non vuoto

$\Sigma = \{0, 1\}$

$\Sigma = \{a, b, c\}$

$w \in \Sigma^*$ $\quad w = w_0 w_2 \dots w_{n-1}$ $\quad n \geq 0$

$w_i \in \Sigma$

$|w| = n$

$w = w_0 \dots w_{n-1}$

$w' = w'_0 \dots w'_{m-1}$

$w \cdot w' = w_1 \dots w_n w'_1 \dots w'_m$

$(\Sigma^*, \cdot)$ monoide libero su Σ

NOTAZIONE

- $B^A = \{f \mid f : A \to B\}$
- $k = \{0, 1, \ldots, k-1\}$
- $0 = \emptyset$

  $1 = \{0\}$

  $2 = \{0, 1\}$

$$2^A = \{f \mid f : A \to 2\} =$$

$$= \{f \mid f : A \to \{0,1\}\} \cong$$

$$\cong \{X \mid X \text{ è sottoinsieme di } A\} = \mathcal{P}(A)$$

$$A^2 = \{f \mid f : 2 \to A\} =$$

$$= \{f \mid f : \{0,1\} \to A\} \cong A \times A$$

2^{2^*} ← famiglia di tutti i linguaggi su $\{a\}$

$\emptyset$

2^*

$\{\varepsilon, 0, 00, 000, \ldots\}$

$\{10, 11, 101, 111, \ldots\}$

ALGORITMI 101

PROBLEMA Π

1) Insieme di input $I_\Pi \subseteq 2^*$
2) Insieme di output $O_\Pi \subseteq 2^*$
3) Funzione $Sol_\Pi : I_\Pi \to 2^{O_\Pi} \setminus \{\emptyset\}$

- Decidere se un numero è primo

  $O_\Pi = \{no, yes\}$

- Emettere il MCD fra due interi positivi x e y

  5 7

  101 111

  11 00 11 01 11 11 11

Elias γ

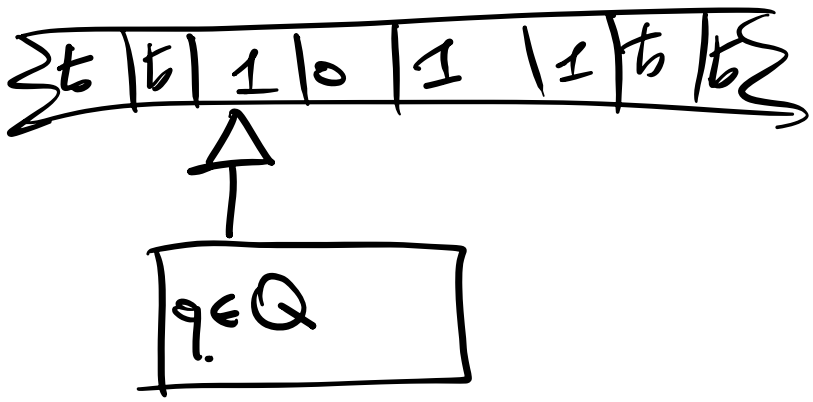
x ℓ

ℓ in unario	BINARIA di x

$\underbrace{111}_{\ell}0$

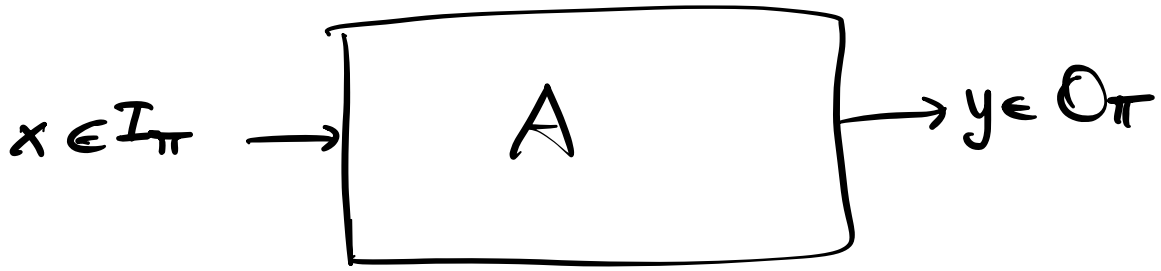
ALGORITMO

- MdT



- Tesi di Church-Turing

ALGORITMO PER Π



t.c. $y \in Sol_\Pi(x)$

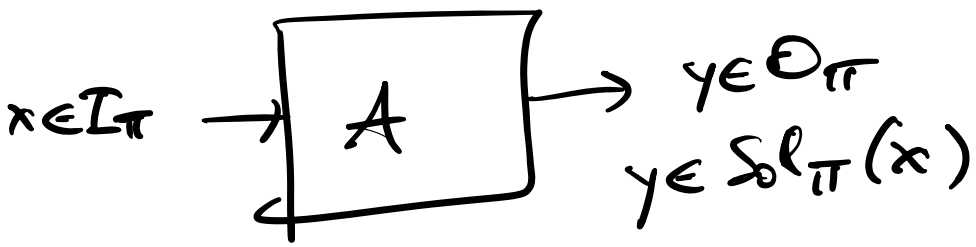
2^{2^*} ← (quanti sono i problemi di decisione)

$$|2^{2^*}| \simeq |2^{\mathbb{N}}| \simeq |\mathbb{R}|$$

complessità → algoritmica
complessità → strutturale

COMPLESSITÀ ALGORITMICA

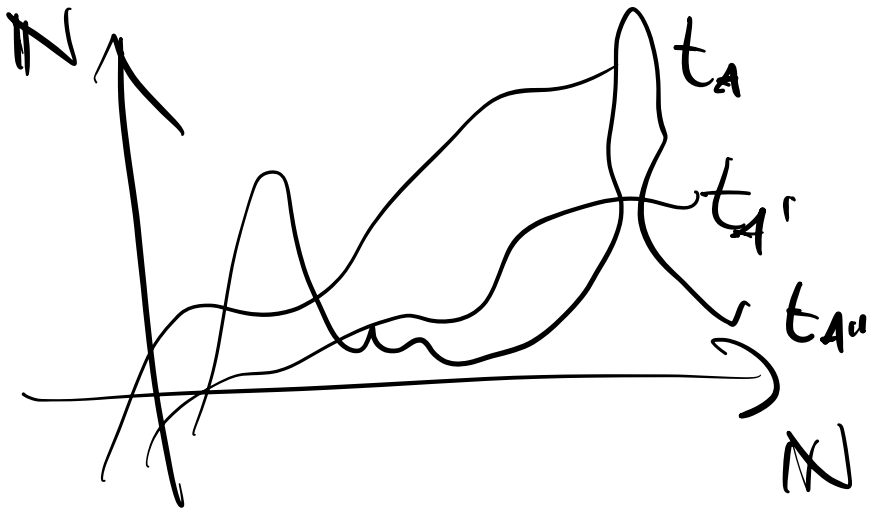
Dato Π
1) stabilire se è risolvibile
2) con che costo?



$$T_A : I_\Pi \to \mathbb{N}$$

$t_A : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$

$t_A(n) = \max \{ T_A(x) \mid x \in \Sigma^*, |x| = n \}$



$t_A = O(n^2)$ $t_A = O(n^7)$

$t_A = O(n^3 \log n)$

Upper & lower bound